演習問題の略解の補足説明

この電子ファイルでは,『基礎からの物理学』の読者が演習問題に取り組む際の助けとなるよう，本書の中の演習問題の略解よりも詳細な解答や補足を行う。なお，本書の略解で説明が十分と思われる問題については補足説明は省略した（その際は「本書の章末問題略解に準ずる」と記載してある)。

山本貴博

2016 年 11 月

第 I 部【力学】

1. [様々な運動の位置，速度，加速度]

(a)〜(d) の与式をそれぞれ時間 t で微分することで，本書の略解で記した速度 $v(t)$ が得られる。さらに $v(t)$ を t で微分することで，本書の略解で記した加速度 $a(t)$ が得られる。

2. [地表付近にある物体にはたらく力]

(a) 地球の自転の周期 T（=1 日）は，$T = 86,400$ 秒 (=24 時間 ×60 分/時 ×60 秒/分) なので，地球の自転の角速度 ω は

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{86,400} \approx 7.3 \times 10^{-5}\ \mathrm{rad/s} \tag{1}$$

である。ただし，地球の公転の影響は無視した。

(b) 本書の演習問題の略解に準ずる

(c) 本書の演習問題の略解に準ずる

3. [荒い斜面を滑る物体と摩擦角]

角度 θ の斜面上の質量 m の物体にはたらく重力 mg を，斜面に平行な成分 $F_{\parallel}(\theta) = mg\sin\theta$ と斜面に垂直な成分 $F_{\perp}(\theta) = mg\cos\theta$ に分解する。最大静

止摩擦力の大きさ $R_{\max}$ は，物体が斜面上を滑り出すときの $F_{\parallel}$，すなわち，$F_{\parallel}(\theta_{\mathrm{c}}) = mg\sin\theta_{\mathrm{c}}$ に等しいので，

$$R_{\max} = mg\sin\theta_{\mathrm{c}} \tag{2}$$

である。また，垂直抗力の大きさ N は重力の斜面に垂直な成分 $F_{\parallel}$ に等しいので，物体が斜面上を滑り出すときには，

$$N = mg\cos\theta_{\mathrm{c}} \tag{3}$$

である。したがって，(6.1) 式の $R_{\max} = \mu N$ より

$$\mu = \frac{R_{\max}}{N} = \frac{mg\sin\theta_{\mathrm{c}}}{mg\cos\theta_{\mathrm{c}}} = \tan\theta_{\mathrm{c}} \tag{4}$$

となる。

4. [粘性抵抗を受けて減速する物体]

水平面上に x 軸を設定し，物体の進行する方向を x 軸の正の向きに選ぶと，この物体の運動方程式は

$$m\frac{dv}{dt} = -\gamma v \tag{5}$$

によって与えられる。ここで，$\gamma(>0)$ は粘性抵抗係数である。まず，(5) の右辺の微分 dv/dt を単純な割り算 $dv \div dt$ とみなし，(5) の両辺に dt を掛けて

$$\frac{1}{v}dv = -\frac{\gamma}{m}dt \tag{6}$$

のように書き直す。次に，この両辺を

$$\int \frac{1}{v}dv = -\frac{\gamma}{m}\int dt \tag{7}$$

のように積分することで，

$$v(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{m}t} \quad (A\text{ は任意の実数}) \tag{8}$$

のように，v の一般解が得られる。この一般解に初期条件（$t=0$ で $v(0)=v_0$）を代入すると，$A = v_0$ が得られので，

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{\gamma}{m}t} \tag{9}$$

となる。

上で得られた v を時間 t で積分すると,

$$x(t) = -\frac{m}{\gamma} v_0 e^{-\frac{\gamma}{m}t} + B \quad (B \text{ は任意の実数}) \tag{10}$$

が得られる。この式に初期条件（$t = 0$ で $x(0) = 0$）を代入すると，$B = \frac{m}{\gamma} v_0$ が得られので,

$$x(t) = \frac{m}{\gamma} v_0 \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) \tag{11}$$

となる。

5. [粘性抵抗のもとでの落下運動]

本書の (7.17) 式を時間 t で積分することで,

$$x(t) = \frac{mg}{\gamma} t + \left(\frac{m}{\gamma}\right)^2 g e^{-\frac{\gamma}{m}t} + A \quad (A \text{ は任意の実数}) \tag{12}$$

が得られる。この式に初期条件（$t = 0$ で $x(0) = 0$）を代入すると，$A = h - \left(\frac{m}{\gamma}\right)^2 g$ が得られるので,

$$x(t) = -\frac{m}{\gamma} \left\{ \frac{mg}{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) - gt \right\} + h \tag{13}$$

となる。

6. [慣性抵抗のもとでの落下運動]

この質点の満たす運動方程式は,

$$\begin{aligned} m\frac{dv}{dt} &= mg - \beta v^2 \\ &= -\beta \left(v - v_\infty\right)\left(v + v_\infty\right) \end{aligned} \tag{13}$$

である。ここで，$v_\infty \equiv \sqrt{\frac{mg}{\beta}}$ と置いた。上式の右辺の微分 dv/dt を単純な割り算 $dv \div dt$ とみなし，(13) の両辺に dt を掛けて，m で割り，両辺積分すると

$$\int \frac{1}{\left(v - v_\infty\right)\left(v + v_\infty\right)} dv = -\frac{\beta}{m} \int dt \tag{14}$$

となる。ここで，左辺の被積分関数を部分分数に分解すると，

$$\frac{1}{(v-v_\infty)(v+v_\infty)} = \frac{1}{2v_\infty}\left(\frac{1}{v-v_\infty} - \frac{1}{v+v_\infty}\right) \tag{15}$$

となるので，(14) 式は

$$\frac{1}{2v_\infty}\left(\int \frac{1}{v-v_\infty}dv - \int \frac{1}{v+v_\infty}dv\right) = -\frac{\beta}{m}\int dt \tag{16}$$

となる。両辺の積分を実行すると，

$$\frac{1}{2v_\infty}\left(\ln|v-v_\infty| - \ln|v+v_\infty|\right) = -\frac{\beta}{m}t + A \quad (A\text{ は任意の実数}) \tag{17}$$

となるので，この式を v について整理すると

$$v = v_\infty \frac{1+Be^{-(2v_\infty\beta/m)t}}{1-Be^{-(2v_\infty\beta/m)t}} \quad (B\text{ は任意の実数}) \tag{18}$$

が得られる。

初期条件（時刻 $t=0$ において $v=0$）を (18) 式に代入すると，$B=-1$ となり，

$$v = v_\infty \frac{1-e^{-(2v_\infty\beta/m)t}}{1+e^{-(2v_\infty\beta/m)t}} = v_\infty \tanh\left(\frac{v_\infty\beta}{m}t\right) \tag{19}$$

を得る。

7. [制動の効き方]

本書の演習問題の略解に準ずる

8. [粘性抵抗と周期的な外力のもとでの振動子]

(a) 本書の演習問題の略解に準ずる

(b) 本書の演習問題の略解に準ずる

9. [時間に比例する外力のもとでの振動子]

与式の運動方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + at \tag{20}$$

の両辺を質量 m で割ると

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{a}{m}t \tag{21}$$

となる。ここで，$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ と置いた。(21) 式の非同次方程式の一般解は，右辺がゼロの同次方程式の一般解 $x_{\mathrm{p}}(t)$ と右辺がゼロでない非同次方程式の特殊解 $x_{\mathrm{c}}(t)$ の和

$$x(t) = x_{\mathrm{c}}(t) + x_{\mathrm{p}}(t) \tag{22}$$

によって与えられる（本書の付録 A.2 を参照）。

(21) 式の同次方程式の一般解 x_p は，本書 7.3 節の (7.25) 式によって与えられ，

$$x_{\mathrm{c}} = A\sin(\omega_0 t + \delta) \tag{23}$$

である（δ は初期位相）。一方，(21) 式の非同次方程式の特殊解を

$$x_{\mathrm{p}} = c_1 + c_2 t \quad (c_1, c_2 \text{は定数}) \tag{24}$$

のように，時間 t の 1 次式と仮定して（付録 A.2 の表を参照），(21) 式に代入すると，

$$\left(\omega_0^2 c_2 - \frac{a}{m}\right) + c_1 t = 0 \tag{25}$$

が得られるので，$c_1 = 0$, $c_2 = a/k$ となる。したがって，$x_{\mathrm{p}} = \frac{a}{k}t$ であるから，(21) 式の一般解は

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \delta) + \frac{a}{k}t \tag{26}$$

となる。また，この質点の速度 $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ は

$$v(t) = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \delta) + \frac{a}{k} \tag{27}$$

となる。

初期条件（$t = 0$ で $x = 0$, $v = 0$）を (26) と (27) 式に代入すると，

$$A\sin\delta = 0, \quad A\omega_0\cos\delta + \frac{a}{k} = 0 \tag{28}$$

が得られるので，A と δ はそれぞれ

$$A = -\frac{a}{k\omega_0}, \quad \delta = 0 \tag{29}$$

または

$$A = \frac{a}{k\omega_0}, \quad \delta = \pi \tag{30}$$

を満たす。したがって，上記の初期条件のもとでの質点の変位 $x(t)$ は

$$x(t) = \frac{a}{k\omega_0}\left(\omega_0 t - \sin\omega_0 t\right) \tag{31}$$

となる。

10. [保存力の循環]

本書の演習問題の略解に準ずる

11. [地面と非弾性衝突を繰り返す質点]

(a) 鉛直方向上向きの x 軸の正の向きに選ぶと，この質点の満たす運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg \tag{32}$$

によって与えられる。この方程式を時間 t で積分すると，この質点の速度

$$v(t) = -gt + c_1 \tag{33}$$

が得られ，さらに時間 t で積分することで，質点の位置

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + c_1 t + c_2 \tag{34}$$

が求まる。$x(t)$, $v(t)$ に初期条件（$t = 0$ で $v(0) = 0$, $x(0) = h$）を代入すると，$c_1 = 0$, $c_2 = h$ となり，この質点の位置と速度は，それぞれ

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \tag{35}$$

$$v(t) = -gt \tag{36}$$

であることが分かる。

この質点が最初に地面に衝突するまでの時間 t_0 は，(35) 式に $x = 0$ を代入することで，

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{37}$$

であることが分かる。また，質点が最初に地面に衝突したときの速度 v_0 は，t_0 を (36) 式に代入して，

$$v_0 = -\sqrt{2gh} \tag{38}$$

であることが分かる。

(b) 最初に床に衝突した直後の質点の速さ v_1 は，本書の (4.24) 式より

$$v_1 = -ev_0 = e\sqrt{2gh} \tag{39}$$

となる（ここで，(4.24) 式において，$v_1 = v_0$, $v_1' = v_1$, $v_2 = v_2' = 0$ とした）。また，2 回目に衝突する直前の速度 v_1 は $v_1 = -v_0$ でるので，2 回目に衝突した直後の質点の速度 v_2 は，

$$v_2 = -ev_1 = e^2 v_0 = e^2\sqrt{2gh} \tag{40}$$

となる。したがって，k 回目に衝突した直後の質点の速度 v_k は

$$v_k = e^k v_0 = e^k\sqrt{2gh} \tag{41}$$

であると推察できる（この推察が正しいことは，数学的帰納法を用いて証明できる（証明略））。

k 回目に衝突した直後の質点の運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv_k^2 = e^{2k}mgh$ であり，位置エネルギーはゼロである。一方，k 回目に衝突した後に，質点が到達できる最大の高さ h_k での質点の運動エネルギーはゼロであり，位置エネルギーは mgh_k である。したがって，力学的エネルギー保存の法則より，$mgh_k = e^{2k}mgh$ であるから，最大の高さ h_k は

$$h_k = e^{2k}h \tag{42}$$

である。

いま改めて，質点が床に k 回目に衝突した時刻を $t=0$ とすると，質点の速度は

$$v = -gt + v_k = -gt + e^k\sqrt{2gh} \tag{43}$$

と表せるので，質点が $x=h_k$ に到達するまでの時間を t_k とすると，この式は $0 = -gt_k + e^k\sqrt{2gh}$ となり，t_k は

$$t_k = e^k\sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{44}$$

となる。

(c) 質点が反発運動を止めて静止するまでの要した距離 L は

$$\begin{aligned} L &= h + 2\sum_{k=1}^{\infty} h_k \\ &= h + 2h\sum_{k=1}^{\infty} e^{2k} \\ &= h + 2h\frac{e^2}{1-e^2} \\ &= h\frac{1+e^2}{1-e^2} \end{aligned} \tag{42}$$

となる。

一方、質点が反発運動を止めて静止するまでの要した時間 T は

$$\begin{aligned} T &= t_0 + 2\sum_{k=1}^{\infty} t_k \\ &= \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\sum_{k=1}^{\infty} e^k \\ &= \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{e}{1-e} \\ &= \sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{1+e}{1-e} \end{aligned} \tag{40}$$

となる。

12. [直線運動の角運動量]

(a) 短い時間 dt の間に質点が移動したとき，角度 θ が $d\theta$ だけ微小変化したとする。

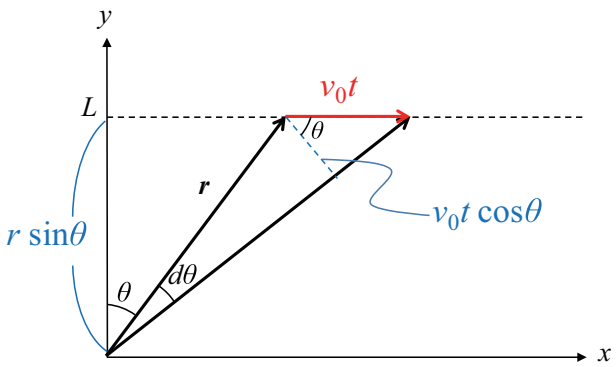

図 1: $y = L$ の直線上を運動する質点

このとき，半径 r，なす角 $d\theta$ の扇型の円弧の長さ $rd\theta$ と，質点の微小移動距離 v_0dt の間には

$$r\cos\theta = v_0\cos\theta dt \tag{41}$$

の関係が成り立つので，角速度の大きさ $\omega = d\theta/dt$ は

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_0}{r}\cos\theta \tag{42}$$

と表される。また，r と L の間には

$$r = \frac{L}{\cos\theta} \tag{43}$$

の関係があるので，これを (42) 式に代入することで

$$\omega = \frac{v_0}{L}\cos^2\theta \tag{44}$$

となる。

(b) 本書の演習問題の略解に準ずる

13. [加速するエレベータ内での物体の運動]

(a) 鉛直上向きを x 軸の正の向きとすると，この質点の運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m(g+\alpha) \tag{45}$$

のように与えられる。この方程式を時間 t で積分することで，質点の速度 v が

$$v = -(g+\alpha)t + A \quad (A \text{ は任意の実数}) \tag{46}$$

のように得られ，これを t で積分することで質点の位置 x が

$$x = -\frac{1}{2}(g+\alpha)t^2 + At + B \quad (A \text{ と } B \text{ は任意の実数}) \tag{47}$$

のように与えられる。初期条件（$t=0$ で $v=0$ と $x=h$）を上の 2 式に用いると，$A=0,\ B=h$ を得ることができる。よって，質点の位置 x は

$$x = -\frac{1}{2}(g+\alpha)t^2 + h \tag{48}$$

となる。

質点が床（$x=0$）に到達する時間を $t=\tau$ とすると，

$$0 = -\frac{1}{2}(g+\alpha)\tau^2 + h \tag{49}$$

より，

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g+\alpha}} \tag{50}$$

を得る。

(b) 本書の演習問題の略解に準ずる

14. [円錐振り子の運動]

糸の張力を $\boldsymbol{R}$ とすると，$\boldsymbol{R}$ の鉛直方向成分は $R\cos\theta$ である。質点の高さが変化しないということは，この力と重力がつり合っている，すなわち，

$$R\cos\theta = mg \tag{51}$$

が成り立っていることを意味するので，この式から糸の張力の大きさ R は

$$R = \frac{mg}{\cos\theta} \tag{52}$$

である。

質点は回転軸から距離 $r = l\sin\theta$ の位置を角速度 ω で等速円運動しているので，質点の遠心力は $mr\omega^2 = ml\sin\theta\omega^2$ である。また，この遠心力は，$\boldsymbol{R}$ の鉛直方向成分 $R\sin\theta = mg\tan\theta$ とつり合っているので，

$$ml\sin\theta\omega^2 = mg\tan\theta \tag{53}$$

が成り立つ。この式より，角速度 ω は

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}} \tag{54}$$

である。したがって，この質点の周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}} \tag{55}$$

となる。この結果から分かるように，円錐振り子の周期 T は，質点の質量 m に依存せず，糸の長さ l が短いほど短く，角度 θ が大きいほど短い。

15. [円柱の慣性モーメント]

(a) 円柱の重心（円柱内の中心軸上の中点）を座標原点，円柱の中心軸を z に選ぶと，この中心軸のまわりの慣性モーメント I_z は，

$$I_z = \int_{-l}^{l} dz \int_0^a rdr \int_0^{2\pi} d\phi\rho r^2 \tag{56}$$

を計算すれば得られます。ここで，密度 ρ は質量 M を体積 $\pi a^2 \times 2l$ で割った

$$\rho = \frac{M}{2\pi a^2 l} \tag{57}$$

であるから，これを (56) 式に代入して，積分を実行すると

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{M}{2\pi a^2 l} \times \int_{-l}^{l} dz \times \int_0^a r^3 dr \times \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= \frac{M}{2\pi a^2 l} \times 2l \times \frac{a^4}{4} \times 2\pi \\ &= \frac{1}{2}Ma^2 \end{aligned} \tag{56}$$

となる。

(b) まず，図 2 に示すように，円柱の厚さ dz の薄い円板に分解する。

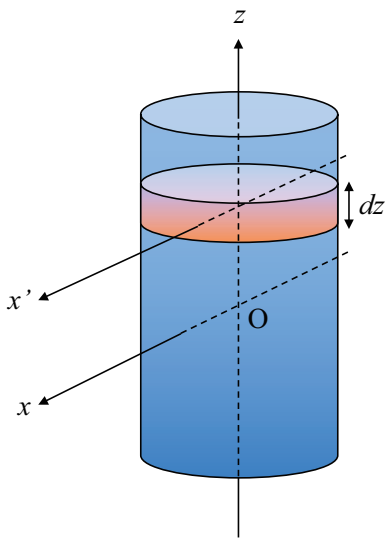

図 2: $y = L$ の直線上を運動する質点

原点から高さ z の位置の薄い円板の中心を通り，x 軸に平行な x' 軸を考える。この薄い円板（質量 $dM = \frac{M}{2l}dz$）の x' 軸のまわりの慣性モーメント $dI_{x'}$ は，12.6.2 項の (12.67) 式より

$$dI_{x'} = \frac{1}{4}dMa^2 = \frac{Ma^2}{8l}dz \tag{57}$$

である。

$dI_{x'}$ に (12.54) 式の「平行軸の定理」を用いると

$$\begin{aligned} dI_x &= dI_{x'} + dMz^2 \\ &= \frac{M}{2l}\left(\frac{a^2}{4} + z^2\right)dz \end{aligned} \tag{57}$$

となる。ここで，(12.54) 式中の I を dI_x，I_{G} を $dI_{x'}$ と置いた。

こうして，円柱の x 軸まわりの慣性モーメント I_x は，(57) 式を積分して，

$$
\begin{aligned}
I_x &= \int dI_x = \frac{M}{2l}\int_{-l}^{l}\left(\frac{a^2}{4}+z^2\right)dz \\
&= M\left(a^2+\frac{2l^2}{3}\right) \qquad (57)
\end{aligned}
$$

となる。

16. [直円錐の慣性モーメント]

図 3 に示すように，直円錐の底辺の中心に座標原点を選び，原点から直円錐の頂点に向かって z 軸を正の向きに設定する。

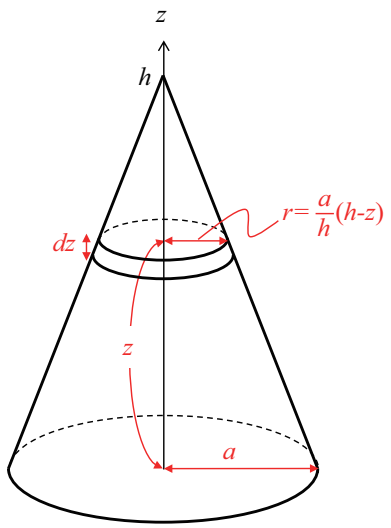

図 3: 直円錐を薄い円板（厚さ dz）に輪切りにした様子

このとき，高さ z の位置に，厚さ dz の薄い円板を考える。この円板の z 軸のまわりの慣性モーメンド dI は

$$
\begin{aligned}
dI &= \int_{\text{円板}} \rho r^2 dV = \rho\left[\int_0^{\frac{a}{h}(h-z)} r^3 dr \int_0^{2\pi} d\theta\right]dz \\
&= \frac{\rho a^4 \pi}{2h^4}(h-z)^4 dz \qquad (57)
\end{aligned}
$$

となる。ここで，ρ は直円錐の密度であり

$$\rho = \frac{M}{\frac{1}{3}\pi a^2 h} \tag{58}$$

であるから，dI は

$$dI = \frac{3Ma^2}{2h^5}(h-z)^4 dz \tag{59}$$

となる。したがって，円錐全体の慣性モーメントは

$$\begin{aligned} I &= \frac{3Ma^2}{2h^5}\int_0^h (h-z)^4 dz \\ &= \frac{3Ma^2}{2h^5}\frac{h^5}{5} \\ &= \frac{3}{10}Ma^2 \end{aligned} \tag{58}$$

となる。

17. [ヨーヨーの運動]

鉛直下向きを x 軸の正の向きに選び，円板の重心の x，円板の角速度 ω，糸の張力を T とすると，円板の重心の運動方程式は

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = Mg - T \tag{59}$$

であり，重心まわりの回転の運動方程式は

$$I\frac{d\omega}{dt} = RT \tag{60}$$

である。円板の慣性モーメントが $I = \frac{Ma^2}{2}$ であるから，(60) 式は

$$MR\frac{d\omega}{dt} = 2T \tag{61}$$

となる。

(a) この場合は，糸の先端を固定しているので，円板は糸が解けた分だけ重心が落下する。したがって，円板の重心の加速度は

$$\frac{d^2x}{dt^2} = R\frac{d\omega}{dt} \tag{62}$$

である。(59) 式，(61) 式，(62) 式より，円板の加速度 a と糸の張力 T はそれぞれ

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2}{3}g, \quad T = \frac{1}{3}Mg \tag{63}$$

となる。

(b) この場合は，円板が落下しないように糸の先端に加速度 α を与えているので，

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0 \tag{64}$$

である。(59) 式，(61) 式，(64) 式より，

$$T = Mg, \quad \alpha \equiv a\frac{d\omega}{dt} = 2g \tag{65}$$

を得る。

(c) 重心が加速度 β で上昇しているので，(59) 式より

$$M\beta = Mg - T \tag{66}$$

が成り立つ。また，糸の先端と上昇する円板の重心の差が，ほどけた糸の長さであるから

$$\alpha - \beta = a\frac{d\omega}{dt} \tag{67}$$

が成り立つ。(61) 式，(66) 式，(67) 式より

$$T = M(g + \beta), \quad \alpha = 2g + 3\beta \tag{68}$$

を得る。

18. [ビリヤードの球の運動]

(a) 撃力を受けた直後の質量 M の球の速度が v_0 であるので，球の力積 $\bar{F}$ は $\bar{F} = Mv_0$ である。したがって，球の速度は

$$v_0 = \frac{\bar{F}}{M} \tag{69}$$

である。

また，球の中心から高さ h の位置を水平に力 F が加えられたとすると，力のモーメントの大きさは $N = hF$ である。したがって，球の満足する回転の運動方程式は

$$I\frac{d\omega}{dt} = hF \tag{70}$$

である。この運動方程式の両辺を，撃力が働いた短い時間 Δt にわたって積分すると

$$\begin{aligned} I\omega_0 &= hF\Delta t \\ &= h\bar{F} \end{aligned} \tag{70}$$

となる。ここで，$\bar{F} = F\Delta t$ を用いた。また，球の慣性モーメントは $I = \frac{2}{5}Ma^2$ であるから，

$$\omega_0 = \frac{5h}{2a^2}\frac{\bar{F}}{M} \tag{71}$$

となる。

(b) 本書の演習問題の略解に準ずる
(c) 本書の演習問題の略解に準ずる

第 II 部【熱力学】

1. [状態変数の間の関係]
本書の演習問題の略解に準ずる

2. [線膨張率と体積膨張率]
本書の演習問題の略解に準ずる

3. [ファン・デル・ワールスの状態方程式]
本書の演習問題の略解に準ずる

4. [気体の体膨張率]
(a) 気体の体積 V は，理想気体の状態方程式より $V = \frac{nRT}{p}$ であるから，体膨張率 β は

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{V}\frac{nR}{p} = \frac{1}{T} \tag{72}$$

となる。最後の等号で，分母に $pV = nRT$ を代入した。

(b) ファン・デル・ワールスの状態方程式

$$\left(p - \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \tag{73}$$

の両辺を、圧力 p が一定のもとで温度 T で微分すると

$$\left\{\frac{\partial}{\partial T}\left(p - \frac{n^2 a}{V^2}\right)\right\}_p (V - nb) + \left(p - \frac{n^2 a}{V^2}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial T}(V - nb)\right\}_p = nR \tag{74}$$

となり、微分を実行すると

$$\frac{2n^2 a}{V^3}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p (V - nb) + \left(p - \frac{n^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = nR \tag{75}$$

となる。これを式変形すると

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{nRV^3}{pV^3 - n^2 aV + 2n^3 ab} \tag{76}$$

であるから，体膨張率 β は

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{nRV^2}{pV^3 - n^2 aV + 2n^3 ab} \tag{77}$$

となる。

5. [ファン・デル・ワールス気体の比熱]

(a) 与式を本書の (16.20) 式に代入することで,

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C \tag{78}$$

が得られる。

(b) (16.25) 式で与えられる

$$C_p - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{79}$$

に (76) 式と

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2} \tag{80}$$

を代入することで、

$$\begin{aligned} C_p - C_V &= \left(\frac{a}{V^2} + p\right)\frac{nRV^3}{pV^3 - n^2aV + 2n^3ab} \\ &= \frac{nRT}{V - nb}\frac{nRV^3}{pV^3 - n^2aV + 2n^3ab} \\ &= \frac{n^2R^2TV^3}{(V - nb)(pV^3 - n^2aV + 2n^3ab)} \end{aligned} \tag{79}$$

を得る。

6. [体積変化を伴う熱量の変化率]

本書の演習問題の略解に準ずる

7. [ポリトロープ変化]

(a) 気体が外部にする微小な仕事 $dW = pdV$ を

$$pdV = d(pV) - Vdp \tag{80}$$

のように書き直しておく。また，ポリトロープ変化の関係式 $pV^k = \text{const.}$ を

$$\begin{aligned} pV^k = \text{const.} \quad &\Leftrightarrow \quad \ln(pV^k) = \text{const.} \\ &\Leftrightarrow \quad \ln p + k\ln V = \text{const.} \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{p}dp + \frac{k}{V}dV = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad Vdp = -kpdV \end{aligned} \tag{78}$$

のように書き直す。(78) 式を (80) 式に代入すると，微小仕事 pdV は

$$pdV = -\frac{1}{k-1}d(pV) \tag{79}$$

と変形される。これを状態 1（圧力 p_1, 体積 V_1）から状態 2（圧力 p_2, 体積 V_2）まで積分することで，気体が状態 1 から状態 2 に変化する間に外部にした仕事 W が

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} pdV = -\frac{1}{k-1}\int_{p_1V_1}^{p_2V_2} d(pV) \\ &= -\frac{1}{k-1}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{1}{k-1}(p_1V_1 - p_2V_2) \end{aligned} \tag{79}$$

のように求まる。さらに，理想気体の状態方程式 $pV = nRT$ を用いて

$$W = \frac{nR}{k-1}(T_1 - T_2) \tag{80}$$

と書くこともできる。また，本書の (16.29) 式で示したマイヤーの関係式（$C_p - C_V = nR$）の両辺を C_p で割ることで得られる関係式：

$$nR = C_V(\gamma - 1) \tag{81}$$

を (80) 式に用いることで

$$W = C_V\frac{\gamma-1}{k-1}(T_1 - T_2) \tag{82}$$

を得る。

(b) 理想気体に対する熱力学第 1 法則 $đQ = C_V dT + pdV$ を，状態 1 から状態 2 まで積分することで，気体が外部から得た熱量 Q は

$$\begin{aligned} Q &= C_V\int_{T_1}^{T_2} dT + \int_{V_1}^{V_2} pdV \\ &= C_V(T_2 - T_1) + C_V\frac{\gamma-1}{k-1}(T_1 - T_2) \\ &= C_V\frac{k-\gamma}{k-1}(T_2 - T_1) \end{aligned} \tag{81}$$

となる。なお，2 番目の等号に映る際に (a) の結果を用いた。

(c) この気体の比熱は

$$C = \frac{Q}{T_2 - T_1} = C_V \frac{k-\gamma}{k-1} \tag{82}$$

である。

8. [ファン・デル・ワールス気体の等温可逆膨張]

ファン・デル・ワールス気体の圧力は，状態方程式より

$$p = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{n^2 a}{V^2} \tag{83}$$

であるから，この気体を温度一定のもとで体積 V_1 から V_2 まで膨張させたときに，気体が外部にする仕事 W は

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V-nb} dV - n^2 a \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^2} dV \\ &= nRT \ln \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} - n^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \end{aligned} \tag{83}$$

となる。

9. [オットーサイクル]

本書の演習問題の略解に準ずる

10. [理想気体のエントロピー]

本書の演習問題の略解に準ずる

10. [温度の異なる気体の混合によるエントロピーの増大]

本書の演習問題の略解に準ずる

第 III 部【電磁気学】

1. [連続的に分布する電荷が作る電場]

(a) 半径 a の円環に一様な電荷線密度 λ で分布する電荷が作る電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ は，

円弧上の微小な円弧 $ad\theta$ に帯電した電荷 $\lambda ad\theta$ が作る電場を円環全体で足し合わせれば（積分すれば）よいので，本書の (19.25) 式より

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}ad\theta \tag{84}$$

によって与えられる。いま，$\boldsymbol{r} = (0, 0, z)$, $\boldsymbol{r}' = (a\cos\theta, a\sin\theta, 0)$ であるから，$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}' = (-a\cos\theta, -a\sin\theta, z)$, $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'| = \sqrt{a^2+z^2}$ となり，(84) 式の x, y, z 成分はそれぞれ

$$E_x(\boldsymbol{r}) = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0}\frac{a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi}\cos\theta d\theta = 0 \tag{85}$$

$$E_y(\boldsymbol{r}) = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0}\frac{a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi}\sin\theta d\theta = 0 \tag{86}$$

$$E_z(\boldsymbol{r}) = \frac{az\lambda}{4\pi\epsilon_0(a^2+z^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi}d\theta = \frac{\lambda}{2\epsilon_0}\frac{az}{(a^2+z^2)^{3/2}} \tag{87}$$

となる。

(b) 半径 a の球殻に一様な電荷面密度 σ で分布する電荷が作る電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ は，球面上の微小な面積素 $dS' = a^2\sin\theta d\theta d\phi$ に帯電した電荷 $\sigma dS'$ が作る電場を球殻全体で足し合わせれば（積分すれば）よいので，本書の (19.25) 式より

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_{\text{球殻}}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}dS' \tag{88}$$

によって与えられる。いま，球殻の中心 O と電場を観測する位置（O から r だけ離れた位置）を通る直線を z 軸選び，$\boldsymbol{r} = (0, 0, r)$ とする。また，$\boldsymbol{r}' = (a\sin\theta\cos\phi, a\sin\theta\sin\phi, a\cos\theta)$ であるから，$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}' = (-a\sin\theta\cos\phi, -a\sin\theta\sin\phi, r-a\cos\theta)$, $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'| = \sqrt{a^2\sin^2\theta+(r-a\cos\theta)^2}\sqrt{a^2+r^2-2ar\cos\theta}$ となり，(88) 式の x, y, z 成分はそれぞれ

$$E_x(\boldsymbol{r}) = \frac{-\sigma a^3}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\theta}{(a^2+r^2-2ar\cos\theta)^{3/2}}d\theta\int_0^{2\pi}\cos\phi d\phi = 0 \tag{89}$$

$$E_y(\boldsymbol{r}) = \frac{-\sigma a^3}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\theta}{(a^2+r^2-2ar\cos\theta)^{3/2}}d\theta\int_0^{2\pi}\sin\phi d\phi = 0 \tag{90}$$

$$\begin{aligned} E_z(\boldsymbol{r}) &= \frac{\sigma a^2}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{\pi}\frac{r-a\cos\theta}{(a^2+r^2-2ar\cos\theta)^{3/2}}\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\phi \\ &= \frac{\sigma a^2}{2\epsilon_0}\int_0^{\pi}\frac{r-a\cos\theta}{(a^2+r^2-2ar\cos\theta)^{3/2}}\sin\theta d\theta \end{aligned} \tag{90}$$

となる。$E_x = E_y = 0$ が求まったので，以下では E_z の積分を実行する。

まず，$R^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta$ とおくと，$\sin\theta d\theta = \frac{R}{ar}dR$ となり，R の積分範囲は $|r-a|$ から $r-a$ となる。また，$\cos\theta = \frac{a^2+r^2-R^2}{2ar}$ であるから，(90) 式は

$$
\begin{aligned}
E_z(\boldsymbol{r}) &= \frac{\sigma a^2}{2\epsilon_0}\int_{|r-a|}^{r+a}\frac{r - a\frac{a^2+r^2-R^2}{2ar}}{R^3}\frac{R}{ar}dR \\
&= \frac{\sigma a}{4\epsilon_0 r^2}\int_{|r-a|}^{r+a}\left(1+\frac{r^2-a^2}{R^2}\right)dR \\
&= \frac{\sigma a}{4\epsilon_0 r^2}\left[R - \frac{r^2-a^2}{R}\right]_{|r-a|}^{r+a} \\
&= \frac{\sigma a}{4\epsilon_0 r^2}\left((r+a) - |r-a| - \frac{r^2-a^2}{r+a} + \frac{r^2-a^2}{|r-a|}\right) \qquad (88)
\end{aligned}
$$

となる。

■ $r \geq a$（球殻の外側）の場合

この場合には $|r-a| = r-a$ であり，(88) 式の括弧の中は

$$
(r+a) - |r-a| - \frac{r^2-a^2}{r+a} + \frac{r^2-a^2}{|r-a|} = 4a \qquad (89)
$$

となるので，電場の大きさ $E(= E_z)$ は，(88) 式より

$$
E = \frac{\sigma a^2}{\epsilon_0 r^2} \quad (r \geq a) \qquad (90)
$$

となる。

■ $r < a$（球殻の内側）の場合

この場合には $|r-a| = a-r$ であり，(88) 式の括弧の中は

$$
(r+a) - |r-a| - \frac{r^2-a^2}{r+a} + \frac{r^2-a^2}{|r-a|} = 0 \qquad (91)
$$

となるので，電場の大きさ $E(= E_z)$ は，(88) 式より

$$
E = 0 \quad (r < a) \qquad (92)
$$

となる。

2. [点電荷に対するガウスの法則の応用]
本書の演習問題の略解に準ずる

3. [静電場に対するガウスの法則の応用]
本書の演習問題の略解に準ずる

4. [静電ポテンシャル]
(a) 本書の (19.64) 式より，球殻が作る電場の大きさは

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho}{3\epsilon_0} r & (r < a) \\ \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{a^3}{r^2} & (r \geq a) \end{cases} \tag{93}$$

である。
■ $r \geq a$（球の外側）の場合

$$\begin{aligned} \phi(r) &= -\int_{\infty}^{r} E(r) dr \\ &= -\frac{\rho a^3}{3\epsilon_0} \int_{\infty}^{r} \frac{1}{r^2} dr \\ &= -\frac{\rho a^3}{3\epsilon_0} \left[\frac{-1}{r} \right]_{\infty}^{r} \\ &= \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r} \end{aligned} \tag{91}$$

■ $r < a$（球の内側）の場合

$$\begin{aligned} \phi(r) &= -\int_{\infty}^{r} E(r) dr \\ &= -\frac{\rho a^3}{3\epsilon_0} \int_{\infty}^{a} \frac{1}{r^2} dr - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \int_{0}^{r} r dr \\ &= -\frac{\rho a^3}{3\epsilon_0} \left[\frac{-1}{r} \right]_{\infty}^{a} - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{a}^{r} \\ &= \frac{\rho a^2}{3\epsilon_0} - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) \\ &= \frac{\rho}{6\epsilon_0} (a^2 + r^2) \end{aligned} \tag{88}$$

(b) 本書の (19.61) 式より，無限に長い直線導体が作る電場の大きさは

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \tag{89}$$

である。したがって，位置 r での静電ポテンシャルは

$$\begin{aligned}
\phi(r) &= -\int_1^r E(r)dr \\
&= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_1^r \frac{1}{r}dr \\
&= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\left[\ln r\right]_1^r \\
&= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln r
\end{aligned} \tag{87}$$

5. [コンデンサーの容量]

(a) 内側（$r = a$）と外側（$r = b$）の球殻にそれぞれ $+Q$ と $-Q$ の電荷が帯電しているとすると，$a \leq r < b$ の範囲の電場の大きさ $E(r)$ は，ガウスの法則より

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{88}$$

である。このとき，外側と内側の球殻の間の電圧 V は

$$\begin{aligned}
V &= \int_a^b E(r)dr \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_a^b \frac{1}{r^2}dr \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{-1}{r}\right]_a^b \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{b-a}{ab}
\end{aligned} \tag{86}$$

となる。したがって，電気容量 C は

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0\frac{ab}{b-a} \tag{87}$$

である。

(b) 内側と外側の円筒にそれぞれ，単位長さあたり $+q$ と $-q$ の電荷が帯電しているとする。このとき，$a \leq r < b$ の範囲の電場の大きさは

$$E(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \tag{88}$$

である。このとき，外側と内側の円筒の間の電圧 V は

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b E(r)dr \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\int_a^b \frac{1}{r}dr \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\left[\ln r\right]_a^b \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{b}{a} \end{aligned} \tag{86}$$

となる。長さ L の円筒コンデンサーの内側と外側の電極には，それぞれ $Q = \pm qL$ の電荷が蓄えられているので，このコンデンサーの電気容量 C は

$$C = \frac{qL}{V} = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln\frac{b}{a}} \tag{87}$$

である。

6. [導線を流れる過渡電流]

与えられた初期条件（$t = 0$ で $v = 0$）のもとでの (20.7) 式の運動方程式の解は，第 I 部 7.2 項の (7.17) 式の g を $\frac{eE}{m}$ に置き換えることで

$$v(t) = \frac{eE}{\gamma}\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) \tag{88}$$

となる。したがって，電流の大きさは

$$\begin{aligned} I(t) &= env(t)S \\ &= \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right)\frac{ne^2ES}{\gamma} \\ &= \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right)\frac{V}{R} \end{aligned} \tag{87}$$

となる。上式の最終行では，$R = \frac{\gamma}{ne^2}\frac{L}{S}$，$V = EL$ と置いた。

7. [サイクロトロン運動]

(a) $\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{e}_x + v_y\boldsymbol{e}_y + v_z\boldsymbol{e}_z$ と置くと，$\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{e}_z$ であるから，ニュートンの運動方程式は

$$\begin{aligned} m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} &= q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} \\ &= q(v_x\boldsymbol{e}_x + v_y\boldsymbol{e}_y + v_z\boldsymbol{e}_z)\times B\boldsymbol{e}_z \\ &= -qv_xB\boldsymbol{e}_y + qv_yB\boldsymbol{e}_x \end{aligned} \tag{86}$$

となる。ここで，$\boldsymbol{e}_x\times\boldsymbol{e}_z = -\boldsymbol{e}_y$，$\boldsymbol{e}_y\times\boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{0}$ を用いた。以上より，運動方程式を x, y, z 成分はそれぞれ

$$m\frac{dv_x}{dt} = qv_yB \tag{87}$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = -qv_xB \tag{88}$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = 0 \tag{89}$$

である。

(b) まず，(87) 式より

$$v_z = \mathrm{const} \equiv C \tag{90}$$

であることが分かる。初期条件（$t = 0$ で $z = 0$, $v_z = 0$）を (90) 式に代入することで $C = 0$ が得られるので，

$$v_z = 0 \tag{91}$$

である。

次に，(87) 式の両辺を t で微分すると

$$m\frac{d^2v_x}{dt^2} = q\frac{dv_y}{dt}B \tag{92}$$

となる。この式の右辺に (88) 式を代入すると

$$\frac{d^2v_x}{dt^2} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_y \equiv \omega_L^2 v_x \tag{93}$$

となる。ここで，$\omega_L \equiv \sqrt{\frac{qB}{m}}$ はラーモア周波数である。(93) 式は調和振動子の運動方程式と同じであるから，その一般解は

$$v_x = A\cos(\omega_L t + \delta) \tag{94}$$

である。これを (88) 式に代入することで，

$$v_y = -A\sin(\omega_L t + \delta) \tag{95}$$

となる。したがって，初期条件（$t = 0$ で $v_x = v_0$, $v_y = 0$）を (94) 式と (95) 式に代入することで，$\delta = 0$, $A = v_0$ が得られるので，この質点の速度の x 成分と y 成分はそれぞれ

$$v_x = v_0 \cos\omega_L t \tag{96}$$

$$v_y = -v_0 \sin\omega_L t \tag{97}$$

である。

(c) この質点の位置ベクトルの x, y, z 成分はそれぞれ，(96) 式，(97) 式，(91) 式を時間 t で積分することで

$$x = \frac{v_0}{\omega_L}\sin\omega_L t + X_0 \tag{98}$$

$$y = \frac{v_0}{\omega_L}\cos\omega_L t + Y_0 \tag{99}$$

$$z = Z_0 \tag{100}$$

となる。ここで，X_0, Y_0, Z_0 はいずれも定数である。これら 3 式に初期条件（$t = 0$ で $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$）を代入すると，$X_0 = 0$, $Y_0 = -\frac{v_0}{\omega_l}$, $Z_0 = 0$ が得られるので，この質点の x 座標と y 座標は，

$$x = \frac{v_0}{\omega_L}\sin\omega_L t \tag{101}$$

$$y = \frac{v_0}{\omega_L}\cos\omega_L t - \frac{v_0}{\omega_L} \tag{102}$$

$$z = 0 \tag{103}$$

となる。

(d) (101) 式と (102) 式より

$$x^2 + \left(y + \frac{v_0}{\omega_L}\right)^2 = \left(\frac{v_0}{\omega_L}\right)^2 \tag{104}$$

となる。

8. [同軸ケーブルのつくる磁束密度]

同軸ケーブルの中心から半径 r（$a \leq r < b$）の円を閉曲線 C として，C に対してアンペールの法則を適用すると

$$2\pi r B = \mu_0 I \tag{105}$$

であるから，$a \leq r < b$ での磁束密度の大きさ B は

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{106}$$

となる。

9. [トロイドコイルのつくる磁束密度]

トロイドコイルの中心から半径 r（$R - a \leq r < R + a$）の円を閉曲線 C として，C に対してアンペールの法則を適用すると

$$2\pi R B = \mu_0 N I \tag{107}$$

であるから，$a \leq r < b$ での磁束密度の大きさ B は

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R} \tag{108}$$

となる。

10. [一様な磁束密度の中を回転する導体棒に生じる誘導起電力]

回転する棒の先端の面積速度 dS/dt は

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} L^2 \omega \tag{109}$$

である。したがって，この棒の両端に生じる誘導起電力の大きさ V は，本書の (21.6) 式より

$$V = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = B\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}L^2\omega B \tag{110}$$

である。

11. [単極誘導]

(a) 導体円板の中心から半径 r の位置にある電子に働くローレンツ力は

$$\boldsymbol{F} = -e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = -er\omega B\boldsymbol{e}_r \tag{111}$$

である。したがって，この電子に働く電場は

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{e} = -r\omega B\boldsymbol{e}_r \tag{112}$$

である。

こうして，円板と縁の間に生じる誘導起電力 V は

$$V = -\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{r} = -\int_0^a (-r\omega B)dr = \frac{1}{2}\omega Ba^2 \tag{113}$$

となる。

(b) 本書の演習問題の略解に準ずる

12. [波動方程式の一般解]

本書の演習問題の略解に準ずる

13. [同軸ケーブルが運ぶポインティングベクトル]

(a) 内芯電極と外芯電極のそれぞれに，単位長さあたり q の電荷が帯電しているとき，同軸ケーブル内部（$a \leq r < b$）の電場 E は

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \tag{114}$$

によって与えられる。一方，内芯電極と外芯電極の間の電圧 V は

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{b}{a} \tag{115}$$

である。(114) 式と (115) 式より，E と V の間には

$$E = \frac{V}{r \ln \frac{b}{a}} \tag{116}$$

の関係がある。

(b) 問題 8 の解答を参照.
(c) 本書の演習問題の略解に準ずる
(d) 本書の演習問題の略解に準ずる