まえがき

本書は「基礎数学選書」の趣旨にしたがって，わかり易く Lie 群の表現について解説した書である．内容は古典群 $U(n), SU(n), Sp(n), SO(n), Spin(n)$ および例外群の1部 G_2, F_4 の複素表現環の決定である．

Lie 群の表現環について，つぎの重要な定理がある．

「単連結なコンパクト Lie 群 G の複素表現環 $R(G)$ は多項式環 $\boldsymbol{Z}[\rho_1, \cdots, \rho_n]$，$n=\mathrm{rank}G$ に環同型である」([10] Theorem 6.41)

これを証明するには，Lie 群の表現を Lie 環の表現に帰着させたり，あるいは Lie 群の weight 理論に帰着させたりするのが普通である．それはすばらしく美しい理論であると思うと同時に，どうも抽象的な感じも強く，初めて学ぶ者にはかなり理解し難く，表現論とは群準同型写像 $G \to GL(n, K)$ を調べることであるという感じから遠くなってしまいがちである．さて本書では，そのような抽象的な方法は一切避けて，すべてを古典群および群 G_2, F_4 を通して具体的に取り扱っているので，各群のもつ個性的な構造がよくわかり，たとえ Lie 群について予備知識がなくても容易に理解できるようになっている．群論をはじめ数学を学んで抽象的だと思う人があれば，どうか本書を読んで，具体面においても数学はすばらしく興味深く構成されているのだということを読みとって頂きたいのである．ともあれ本書が，姉妹書「群と位相」とともに，読者に Lie 群または位相幾何学に対する興味をひきおこし，さらに高度の分野へ進む1つの手掛りをつかむことに少しでも役立つならば，これ以上の喜びはないのである．

以下簡単に各章の内容について触れておこう．目的は，4, 5 章にあって，1, 2, 3 章はその準備であると思って頂いてもよい．1章では代数的な基礎概念のほかに Clifford 多元環および不変積分について述べている．2章は群の表現についての一般論である．有限群の表現論について知識のある人は，有限群をコンパクト群に，和 Σ を積分 $\int$ におきかえると容易に理解できると思う．もちろん予備知識を何ら必要としないで読めるようにしてある．3章でトーラスの複素表

現環を求めて4，5章の準備とした．4，5章でそれぞれ古典群および群 G_2, F_4 の複素表現環の構造を決定し，その生成元を指定した．特に例外群 G_2, F_4 についてかかれた書がほとんどないので，できるだけ詳しくかいておいた．なお，これらの群の Lie 環についてもかなり詳しく述べておいたので，Lie 環を学ぶ人にも参考になるものと思う．

残りの3つの例外群 E_6, E_7, E_8 について本書では全く触れていない．というよりはむしろ，これらについて書く能力を私が持ちあわせていないという方が正しいかもしれない．（E_6 について本書のような具体的なやり方をやってみたいと思っているのだが…）．

本書を書くに際して，東京大学 岩堀長慶教授にいろいろ御指導いただいたことを私はまず感謝しなければならない．またこの原稿をゼミしながら校正を手伝ってくれた小寺裕，宮坂隆，山崎善俊氏の労に感謝し，さらに遠藤恭平，宇山寿恵両氏はじめ裳華房の皆々様に大そうお世話になったことを感謝している．最後にこの書を丹念に植字して下さった中央印刷株式会社の 原　公夫・五十嵐美恵子氏に敬意を表わし御礼申し上げる．

1973年4月

横　田　一　郎

追記：残りの3つの例外群 E_6, E_7, E_8 についても，（1982年現在）本書のような具体的な表示ができ上がっており，いろいろの性質もわかっている．いずれかの機会にこれらについて詳しく書きたいと思っている．（1982年11月）